FIBONACCI

Tydens die afgelope maandbyeenkoms het mev Grietjie Haupt en Piet Smith ons goeie insig laat kry in die toepassing van Fibonacci se "goue verhouding" in die kuns, argitektuur en selfs in die ontwerp van pepermeulens. Almal wat dit bygewoon en na die voordragte geluister het, is na dese baie bewus van die naam **Fibonacci** en hierdie verhouding in baie objekte rondom ons. Ons is bewus gemaak dat elkeen daagliks daarmee in aanraking kom maar dat ons meesal nie eers daarvan bewus is nie. Hierdie goue verhouding het 'n direkte verband met die reeks Fibonacci-getalle.

Fibonacci-getalle is ook in die Plantkunde van toepassing. Eers wanneer dit bestudeer word, kom jy onder die indruk van die pragtige reëlmaat in die bou (morfologie) van plante en hoe die wiskunde daar ook 'n rol speel.

Vir diegene wat ernstig in die wiskunde van die "goue verhouding" en die Fibonacci-getalle belangstel is onderstaande verduideliking ingevoeg. Dis deur Kelley L. Ross geskryf en is van die internet afkomstig.

The **Golden Ratio** (ϕ) is an irrational number with several curious properties. It can be defined as that number which is equal to its own reciprocal plus one: $\boldsymbol{\phi = 1/\phi + 1}$. Multiplying both sides of this same equation by the Golden Ratio we derive the interesting property that the square of the Golden Ratio is equal to the simple number itself plus one: $\boldsymbol{\phi^2 = \phi + 1}$. Since that equation can be written as $\boldsymbol{\phi^2 - \phi - 1 = 0}$, we can derive the value of the Golden Ratio from the quadratic equation, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, with **a = 1**, **b = -1**, and **c = -1**: $\phi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. The Golden Ratio is an irrational number, but not a transcendental one (like π), since it is the solution to a polynomial equation.

This gives us either **1.618 033 989** or **-0.618 033 989**. The first number is usually regarded as the Golden Ratio itself, the second as the negative of its reciprocal -- or we can use the second in its own right, as the number "τ," for which there will be a use below. The Golden Ratio can also be derived from trigonometric functions: $\boldsymbol{\phi = 2 \sin 3\pi/10 = 2 \cos \pi/5}$; and $\boldsymbol{1/\phi = 2 \sin \pi/10 = 2 \cos 2\pi/5}$. The angles in the trigonometric equations in degrees rather than radians are **54°, 36°, 18°, and 72°**, respectively.

Another connection of the Golden Ratio to partial symmetries in nature is through the **Fibonacci Numbers** (f_n). This is a number series where each member is simply the sum of the previous two numbers. Thus, if we begin with **1** and **1**, these add up to **2**, but then **1** and **2** add up to **3**, **3** and **2** add up to **5**, **5** and **3** add up to **8**, etc.

This is significant because the ratio between any two successive Fibonacci Numbers approaches a *limit* as the numbers get larger, and that limit is the **Golden Ratio**. Thus, **6765/4181** (the 20th and 19th Fibonaccis) is 1.618033963, which only differs from the Golden Ratio by **0.000000025**.

Die opvallendste toepassing van die Fibonacci-getalle by plante kom voor in die blaarrangskikking op stingels - ook genoem fillotaksie. Die eenvoudigste tipe fillotaksie is waar daar slegs een blaar per knoop voorkom (onthou alle stingels is in litte en knope verdeel) en twee opeenvolgende blare 'n hoek van 180° met mekaar vorm. Dit staan bekend as 'n tweeryige (distiege) fillotaksie, want as so 'n stingel van die groeipunt af bekyk word, blyk dit dat die blare in twee regaf rye (ortostiege) langs die stingel voorkom. Indien 'n lyn se een punt aan die onderste blaar op die stingel vasgebind word en dit al om die stingel langs die kortste roete van die een blaarposisie terminaalwaarts na die volgende gedraai word, sal die lyn 'n spiraal vorm. Dit word die grondspiraal genoem en kan linksom of regsom verloop.

'n Distiege fillotaksie word numeries as ½ uitgedruk. Die noemer van die breuk verwys na die aantal ortostiege en die teller dui aan dat die grondspiraal een keer 'n volledige omwenteling (d.w.s. 360°) om die stingel moet maak as dit vanaf een blaar in 'n ortostieg rondom die stingel gedraai moet word voordat dit die volgende blaar direk bokant die eerste een in dieselfde ortostieg sal bereik. By 'n fillotaksie van 2/5 kom daar dus vyf ortostiege voor en moet die grondspiraal twee maal om die stingel verloop voordat dit die volgende blaar direk bokant die eerste een in dieselfde ortostieg sal bereik.

Die hoek tussen twee ortostiege staan as die ortostieghoek bekend en by 'n fillotaksie van ½ is die ortostieghoek gelyk aan 180°. Dus, die ortostieghoek = 360° ÷ noemer van fillotaksie. Die hoek wat in die grondspiraal tussen twee blare wat mekaar in ouderdom opvolg, begrens word, word die divergensiehoek genoem. Dus, divergensiehoek = 360° X fillotaksie. In die planteryk is die fillotaksie van 'n plant nooit groter as ½ nie en gevolglik kan nóg die divergensiehoek nóg die ortostieghoek van 'n plant groter as 180° wees.

Die fillotaksieë wat meesal by plante voorkom, verteenwoordig die Schimper en Braun-reeks. Die reeks is soos volg met die ooreenstemmende divergensiehoeke tussen hakies: ½ (180°), 1/3 (120°), 2/5 (144°), 3/8 (135°), 5/13 (138° 27'), 8/21 (137° 8'), 13/24 (137° 38'), 21/55 (137° 27') en 34/89 (137° 31'). In hierdie reeks volg beide die noemers en die tellers van die breuke die Fibonacci-getalle. Dit is 'n wiskundige reeks waarin elke syfer die som is van die twee voorafgaande syfers, naamlik 0, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 55, 89 ens. Uit hierdie reeks van Schimper en Braun is dit ook duidelik dat die divergensiehoek min of meer konstant op 137,5° bly namate die breuk wat die fillotaksie aandui, groter as 8/21 word. Die hoek van 137,5° staan dan ook as die Fibonacci-hoek bekend.

Die illustrasie hier onder dui 'n fillotaksie van 3/8 aan met die grondspiraal wat regsom verloop. Let op dat daar agt ortostiege voorkom. Dit is tipies soos dit by *Echeveria elegans,* 'n lid van die bekende *Crassula*-familie voorkom en wat volop in tuine geplant word. Fillotaksieë wat dalk meer algemeen bekend is, is waarneembaar op 'n sonneblom-kop waar die pitte in spiraalrye (ortostiege) gerangskik is (kyk die foto hier onder), asook by die posisies van die vrugskubbe op 'n vroulike denne-keël (*Pinus*-soorte) en 'n broodboom-keël (*Encephalartos*-soorte). Die foto kan vergroot word om die ortostiege duideliker te sien.